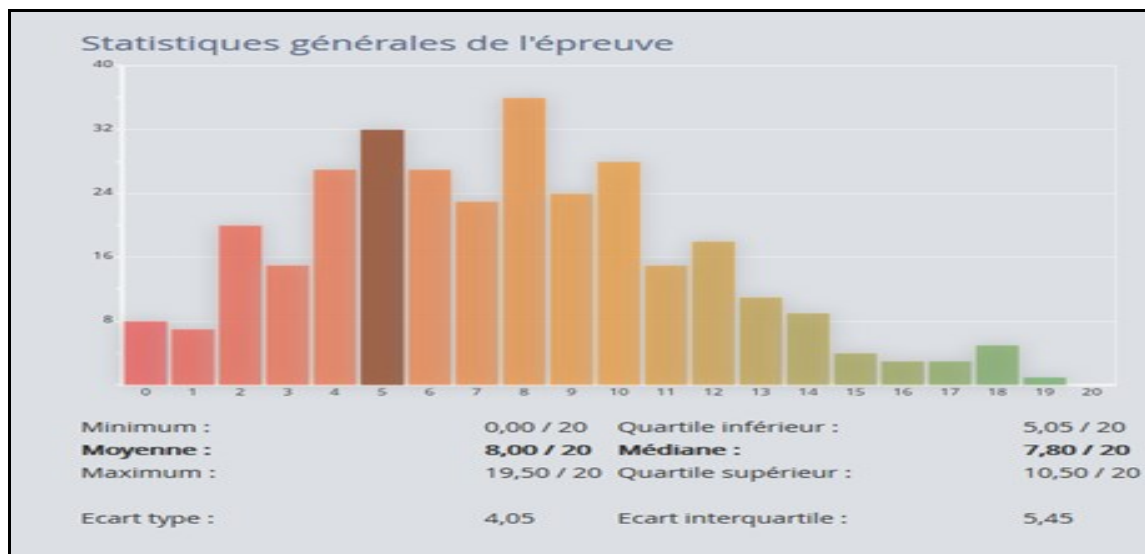


CONCOURS C – SESSION 2018
Rapport de l'épreuve de mathématiques

1. Résultats de l'épreuve de mathématiques



2. Commentaires sur l'épreuve de mathématiques

Le sujet comporte deux problèmes indépendants. Le premier est composé de quatre parties A, B, C et D.

A l'exception de quelques résultats de la partie A, en outre donnés par l'énoncé, qui sont utiles dans la partie D, les quatre parties peuvent être traitées indépendamment les unes des autres. Ce premier problème est construit autour d'une marche aléatoire et mobilise des connaissances sur les suites géométriques, la convergence de suites de vecteurs ou de matrices dont les définitions et les résultats sont rappelés dans l'entête de l'énoncé, les probabilités conditionnelles, les polynômes du 2nd degré et la réduction des matrices carrées d'ordre 3.

Le second problème porte sur le modèle d'évolution de population de Verhulst. Il comporte deux parties complètement indépendantes. La partie A s'attache à l'étude du modèle discret et mobilise donc des savoirs sur les suites définies par récurrence. Il s'agit d'étudier l'évolution du modèle en fonction de la population initiale. Quant à la partie B, elle traite du modèle continu. La fonction logistique de population est définie comme solution d'une équation différentielle non-linéaire d'ordre 1. Il s'agit de résoudre cette équation différentielle en mobilisant les savoirs sur les équations différentielles linéaires d'ordre 1 à coefficients constants et non-constants. La suite de la partie B est consacrée d'une part à l'étude de l'évolution du modèle comme dans la partie A en fonction de la population initiale, d'autre part à examiner quelques propriétés de la fonction logistique de population.

Les parties B et C du problème 1 sont plutôt bien traitées dans l'ensemble. La partie A a posé davantage de difficultés aux candidats alors qu'il s'agissait de manipuler quelques inégalités simples pour des réels dans l'intervalle $[0 ; 1]$. En outre, les candidats ne différencient pas l'équivalence de l'implication dans la question 1b. Peu d'entre eux ont établi l'implication $x = y = 1 \Rightarrow xy = 1$. Dans la partie B, la formule des probabilités totales étaient attendues pour la justification de la question 1.d. Beaucoup de candidats ne la connaissent pas clairement ou ne justifient pas son emploi. La convergence de la suite géométrique n'est pas toujours correctement établie, l'intervalle contenant la raison comporte assez souvent des bornes fermées. La question 3 de la partie B a généré des erreurs grossières chez les candidats : invention de la propriété « le déterminant de la matrice est non-nul donc elle est diagonalisable », l'ordre des éléments dans

CONCOURS C – SESSION 2018
Rapport de l'épreuve de mathématiques

l'écriture des expressions matricielles n'est pas respecté ($X_n = X_0 M^n$), la suite des exposants (M^n) est confondue avec la suite (M_n) des rappels du début de l'énoncé et par conséquent (M^n) converge vers M . Dans la question 3b, beaucoup de candidats se lancent dans une démonstration par récurrence alors qu'il est attendu simplement l'expression de X_n en fonction de M, n et X_0 . La partie C est plutôt bien réussie. Les candidats maîtrisent bien la recherche des sous-espaces propres, cependant les conclusions montrent que les candidats ne comprennent pas nécessairement ce qu'ils font. Par exemple, l'expression « la matrice n'admet que deux vecteurs propres donc elle n'est pas diagonalisable » a une fréquence importante dans les copies. On peut noter aussi que certains candidats pensent que la matrice n'est pas diagonalisable car elle n'est pas symétrique. Encore une fois, la différence entre implication et équivalence n'est pas clairement identifiée chez certains candidats. Les questions 1 et 2 pouvaient se traiter à la calculatrice. La partie D plus difficile a été très peu abordée. Dans la question 1, peu de candidats pensent à vérifier que le vecteur est non-nul.

La partie A du problème 2 a été assez mal réussie alors qu'il s'agissait d'une étude de suite définie par récurrence sans véritables difficultés. La démonstration par récurrence, attendue ici, est mal maîtrisée. Les variations de la fonction ϕ ne sont pas utilisées. Un grand nombre de candidats déduit la monotonie de la suite (u_n) du sens de variation de la fonction ϕ . De la même manière, la suite (u_n) a la même limite que la fonction ϕ en $+\infty$. Parmi les candidats qui utilisent l'équation $\phi(x) = x$, beaucoup ne trouvent qu'une seule solution et les autres ne justifient pas le fait de choisir 100 comme limite. La partie B du problème 1 a été très mal réussie. La lecture des copies et en particulier des meilleures copies montre que les candidats ne sont pas habitués à travailler avec des équations différentielles. L'interprétation des consignes par les candidats invitent à se poser des questions sur la maîtrise de ces notions. Les candidats confondent « vérifier qu'une fonction est solution d'une équation différentielle » et « résoudre une équation différentielle ». L'étude de la fonction logistique dépendant de la condition initiale a été très peu abordée. La suite de l'énoncé a été traitée uniquement par une poignée de candidats.

Dans l'ensemble de l'épreuve, les questions s'apparentant à des tâches complexes sont très souvent peu abordées ou mal traitées. Les candidats semblent être habitués à répondre à des questions fermées de savoir-faire simple et calculatoire. Les questions ouvertes demandant de mettre en place des raisonnements, ou d'enchaîner des savoir-faire dans une démarche construite, sont très peu réussies, ce qui induit qu'elles différencient particulièrement les candidats. Il est fortement conseillé de travailler davantage ce type d'activité laissant une place à la prise d'initiative. Une utilisation pertinente de la calculatrice pouvait donner des pistes de résolution aux candidats. Par exemple, dans la partie B du problème 1, les candidats auraient pu exhiber la matrice P et poursuivre l'étude en l'utilisant ou bien encore dans la partie B du problème 2, ils auraient pu fixer des valeurs de N_0 et représenter à la calculatrice la fonction logistique associée afin d'avoir une idée du résultat attendu.

Enfin, la présentation et la qualité de la rédaction sont des critères intervenant dans l'appréciation des copies.