

Robert Hooke et Isaac Newton : la pomme de la discorde

Jean-Pierre Romagnan (jean-pierre.romagnan@unice.fr)

Laboratoire de physique de la matière condensée, UMR7336, Université Nice Sophia Antipolis, Parc Valrose, 06108 Nice Cedex 2

Robert Hooke et Isaac Newton sont deux grandes figures de la science du 17^e siècle, auxquelles la postérité n'a pas réservé la même place. Tandis que Newton, auréolé de la gloire des *Principia*, entre dans la légende de son vivant, Hooke sombre dans l'oubli peu après sa mort. Ce n'est qu'au milieu du 20^e siècle que l'on a redécouvert son œuvre scientifique, notamment le rôle qu'il a joué dans la découverte de la gravitation universelle et la compréhension du mouvement des planètes.

Remerciements

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Pierre Coullet, fondateur de l'Institut Robert Hooke à l'université de Nice Sophia Antipolis.

En 1604, l'analyse des observations de Tycho Brahe permet à Kepler d'énoncer ses célèbres lois, qui décrivent comment les planètes gravitent autour du Soleil. La justification de ces lois va dès lors constituer l'un des enjeux majeurs de la physique du 17^e siècle. C'est Isaac Newton qui apportera une réponse rigoureuse à ce problème dans les *Principia*. Mais comment Newton a-t-il découvert la gravitation universelle ?

Exposons rapidement les faits avérés. En 1684, un jeune astronome, Edmund Halley, se passionne pour une comète qu'il a observée deux ans auparavant. Il pense que les comètes décrivent des trajectoires fermées, ce qui expliquerait leurs apparitions périodiques. Mais encore faut-il justifier cette trajectoire elliptique et déterminer sa période, problème difficile qu'il ne parvient pas à résoudre. Il se tourne alors vers l'un des plus brillants mathématiciens de son temps, Isaac Newton. En août 1684 il lui rend visite, et lui demande quelle serait la trajectoire d'un corps soumis à une force attractive d'intensité inversement proportionnelle au carré de la distance (en $1/r^2$). Une ellipse, répond ce dernier. Comment le savez-vous, ose Halley. Parce que j'ai fait le calcul affirme Newton qui, toutefois, ne le retrouve pas, mais promet de le refaire et de le lui adresser. Et Newton tient sa promesse : en novembre 1684, Halley reçoit un fascicule d'une dizaine de pages intitulé *De Motu Corporum in Gyrum*. Dans ce document, Newton démontre géométriquement qu'un mobile décrivant une ellipse, dont un foyer est occupé par le centre attracteur, est soumis à une force en $1/r^2$. Impressionné, Halley convainc Newton qu'une telle avancée scientifique mérite beaucoup mieux qu'un modeste fascicule, et lui propose d'exposer ses idées dans un ouvrage dont il s'engage à prendre en charge les frais d'édition. Newton

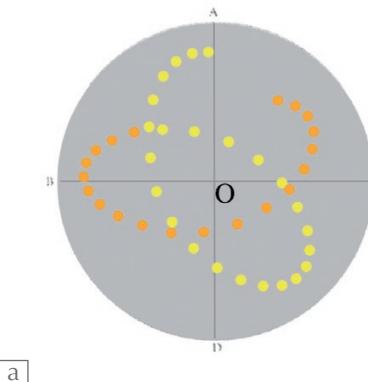
accepte, et au terme de 18 mois d'un travail acharné, rédige les trois tomes des *Principia* qui seront intégralement publiés en 1687. Voilà des faits que nul ne conteste.

Auréolé d'une gloire légitime, Newton va se plaître à raconter qu'il connaissait ces résultats depuis 1665 (*annus mirabilis*). Alors jeune étudiant, il avait fui l'épidémie de peste qui ravageait Londres en se réfugiant dans le domaine familial de Woolsthorpe. Par une douce soirée, contemplant son verger éclairé par un beau clair de lune, il aurait vu tomber une pomme et, dans un éclair de génie, découvert la gravitation universelle. L'histoire est belle, mais relève-t-elle de la légende ou de la réalité ? L'échange épistolaire entre Newton et Hooke permet d'apporter, comme nous allons le voir, quelques éléments de réponse.

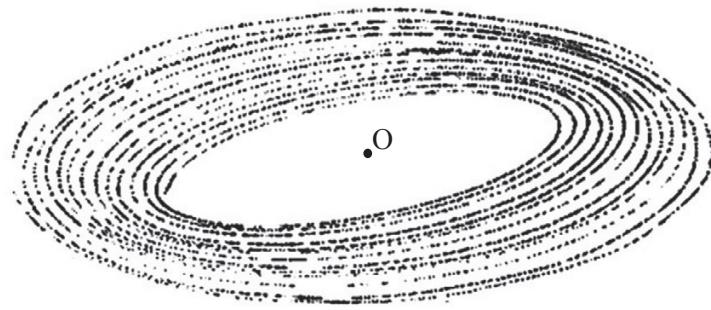
Les idées de Robert Hooke sur le mouvement des planètes

Robert Hooke, curateur des expériences de la Royal Society, est un homme de sciences qui, depuis la publication de *Micrographia* en 1665, jouit d'une notoriété certaine (voir article, p. 24). Travailleur infatigable et éclectique, il s'intéresse au mouvement des planètes et expose ses idées dans deux articles intitulés *A Statement of Planetary Movements as a Mechanical Problem* (1666) et *An Attempt to Prove the Motion of Earth from Observations* (1670).

« Je me suis souvent demandé, écrit-il en 1666, pourquoi les planètes se déplacent autour du soleil comme l'a supposé Copernic, et non pas en ligne droite comme tous les corps qui ont reçu une impulsion initiale doivent le faire (Hooke fait référence à Descartes). La cause responsable de l'infléchissement du mouvement rectiligne en un mouvement curviligne pourrait résulter de la présence d'un corps attractif placé au centre. » Alors que Huygens et Newton



a



b

1. Exemples de mouvements sous l'action d'une force centrale observés par Robert Hooke.

- a) Trajectoire stroboscopée d'une bille roulant sur un cône inversé, vu de dessus et de sommet O ; la bille est soumise à une force centrale d'intensité constante.
 b) Trace sur le sol d'un pendule lancé avec une vitesse dont la direction évite l'axe vertical de suspension. Le mobile est soumis à une force centrale dont l'intensité est proportionnelle à la distance le séparant de l'axe vertical (qui coupe le plan horizontal en O).

raisonnent en termes de *vis centrifuga* (force centrifuge) et considèrent le mouvement circulaire comme un état d'équilibre entre cette *vis centrifuga* et la force appliquée (description correcte dans le référentiel non inertiel lié au corps en rotation), Hooke a compris qu'une seule force était à prendre en considération, celle qui dévie le corps de sa trajectoire rectiligne (c'est le point de vue d'un observateur que nous qualifierions aujourd'hui d'inertiel).

Hooke poursuit en conférant un caractère universel à cette force attractive exercée par le Soleil. Tous les corps célestes, écrit-il, « exercent une attraction gravitationnelle dirigée vers leurs centres, qui assure leur cohésion, comme on peut l'observer sur la Terre ». Il ajoute : « Cette même force gravitationnelle attire aussi tous les corps célestes voisins. Par conséquent, ce ne sont pas seulement le Soleil et la Lune qui ont une influence sur le mouvement de la Terre, mais aussi Mercure, Vénus, Mars, Saturne et Jupiter, dont les forces attractives influencent son mouvement orbital. » On ne peut qu'être admiratif devant la clarté de cette formulation du principe de l'attraction gravitationnelle universelle. Il précise enfin que cette force est d'autant plus intense qu'elle s'exerce à plus courte distance. Quelle est la forme de cette dépendance spatiale, il avoue ne pas l'avoir encore déterminée expérimentalement.

Pour expliquer qualitativement le mouvement planétaire, Hooke avance une idée très féconde : la composition des mouvements. La force attractive exercée par le Soleil induit une variation de vitesse radiale, qu'il faut composer avec la vitesse tangentielle de la planète sur son orbite. C'est de cette composition que naît la trajectoire curviligne. Ainsi, en 1670, les principes fondamentaux du mouvement planétaire sont pour la première fois clairement exposés.

Certes, Hooke ne possède pas les compétences mathématiques qui lui permettraient de formaliser ses idées, ce qui lui a valu de nombreuses critiques. Critiques bien injustes, car ses idées sont fondées sur l'observation d'expériences de mécanique simples, dont il a su saisir l'analogie avec le mouvement des planètes, ce qui témoigne de son profond sens physique. La première expérience consiste à faire rouler une bille sur un cône inversé : celle-ci, constamment soumise à une force d'intensité constante dirigée vers le sommet du cône, décrit une rosace, dont un enregistrement stroboscopé est représenté sur la figure 1a. Dans la seconde expérience, il lance un pendule simple avec une vitesse initiale dont la direction évite la verticale issue de son point de suspension : le mobile est soumis à une force toujours dirigée vers cette verticale, mais dont l'intensité est cette fois proportionnelle à la distance qui l'en sépare. Lorsque ce pendule conique est en mouvement, Hooke observe son ombre sur le sol, et constate qu'elle décrit une ellipse qui précesse (fig. 1b). Ainsi, dans ces deux expériences, Hooke a-t-il pu observer que, soumis à une force centrale attractive, un mobile décrit une trajectoire qui ne passe jamais par le centre attracteur.

Cependant, comme Hooke le remarque lui-même, le centre attracteur se situe au centre des trajectoires qu'il observe, alors que Kepler a montré que le Soleil occupe le foyer des orbites planétaires. Voilà qui pourrait remettre en cause la pertinence de ses expériences modèles. Mais pour Hooke, la dépendance spatiale particulière de la force gravitationnelle (son intensité décroît avec la distance) suffit à justifier cette différence. Pour Newton en revanche, cette différence paraît rédhibitoire, et c'est sans doute la raison qui l'empêchera longtemps d'accorder au travail de Hooke l'intérêt qu'il mérite.

La correspondance entre Hooke et Newton

Cette correspondance [1] ne fut découverte et publiée (de façon incomplète) qu'en 1893, puis complétée en 1929 par J. Pelseneer [2] et en 1952 par A. Koyré [3].

Secrétaire de la Royal Society depuis 1677, Hooke est chargé un an plus tard de la correspondance. C'est donc dans le cadre de ses nouvelles fonctions qu'il écrit à Newton. Ces deux hommes, rappelons-le, se sont sévèrement opposés au sujet de l'optique en 1672. Cette controverse a laissé des traces, même si depuis 1676 leurs relations épistolaires sont devenues normales à défaut d'être cordiales. C'est donc sur un ton extrêmement courtois que Hooke s'adresse à Newton le 24 novembre 1679, en lui proposant de reprendre sa collaboration scientifique avec la Royal Society. Puis il lui demande de lui adresser ses critiques et remarques concernant les idées et hypothèses qu'il a lui-même pu avancer au sujet de l'élasticité et de la composition du mouvement des planètes. On peut s'interroger sur les raisons de cette requête. Peut-être s'agit-il de convaincre Newton de la sincérité de sa démarche, mais plus vraisemblablement Hooke nourrit-il l'espoir de l'intéresser à son travail, et de bénéficier des compétences mathématiques qui lui font si cruellement défaut. Car Hooke doit bien être conscient que neuf années après avoir formulé ses idées, il n'a pas progressé dans la description des mouvements planétaires. À la fin de sa lettre, il mentionne quelques nouvelles scientifiques récentes, et notamment la dernière mesure de l'effet de parallaxe effectuée par Flamsteed.

Dans sa réponse, tout aussi courtoise en date du 28 novembre 1679, Newton informe Hooke que depuis quelques années il ne s'occupe plus guère de



>>>

sciences et se consacre à d'autres études (alchimie et théologie). Pour preuve, affirme-t-il, il n'était même pas au courant de ses travaux sur le mouvement des planètes et sur l'élasticité. C'est donc une fin de non-recevoir qu'il adresse au représentant de la Royal Society. Sans doute pour l'adoucir, il lui propose une expérience originale permettant de mettre en évidence, non pas le mouvement orbital terrestre comme l'a fait Flamsteed, mais le mouvement de rotation de la Terre sur elle-même : un corps, initialement immobile par rapport à la Terre, tombant sous l'action d'une force de gravité constante dans le plan équatorial, verra sa chute déviée vers l'est, et non pas vers l'ouest comme certains ont pu le croire (allusion à Tycho Brahe). Sur ce point, Newton a raison. Il pense que cet effet est mesurable en laissant tomber un objet pesant du haut d'une tour ou d'un clocher. Mais Newton poursuit en imaginant qu'une fois arrivé au sol, ce corps peut continuer librement son mouvement à l'intérieur de la Terre, et dessine sa trajectoire sous la forme d'une spirale qui l'amène à s'immobiliser en son centre (fig. 2a).

Hooke, instruit par ses observations de mouvements sous l'action d'une force centrale (cône inversé et pendule conique), sait bien que la trajectoire du mobile ne passe jamais par le centre attracteur et ne manque pas de relever l'erreur de Newton. Après avoir donné lecture de cette lettre lors de la séance de la Royal Society tenue le jeudi 4 décembre, il répond à Newton le 9 décembre. Il le remercie de lui proposer une expérience qu'il va réaliser, mais lui fait remarquer qu'à la latitude de Londres la déviation du corps sera sud-est, et en vérité plus vers le sud que vers l'est. Puis, poursuit Hooke, imaginons que l'on coupe la Terre dans le plan équatorial et que l'on sépare les deux hémisphères de un yard. Le corps en mouvement dans cet espace libre décrirait une trajectoire fermée (fig. 2b), qu'il dessine sous la forme d'un ovale ou d'une ellipse (en rouge), mais ne passerait jamais par le centre de la Terre. En revanche, en présence d'une force dissipative, la trajectoire serait une spirale (en bleu) qui se rapprocherait progressivement du centre d'attraction. Non sans malice, Hooke termine sa lettre en demandant à Newton de ne voir dans ses remarques aucune provocation de sa part.

Newton est piqué au vif. Il réalise qu'il a commis une erreur que Hooke a rendue publique avant de la corriger. Il lui répond

le 13 décembre, convenant d'abord qu'à la latitude de Londres c'est bien une déviation sud-est qui doit être mesurée. Pour ce qui est de la poursuite du mouvement sous l'action d'une force centrale d'intensité constante, il considère que la trajectoire ne sera pas elliptique. Sous les actions conjuguées de la *vis centrifuga* et de la gravité qui se compenseront alternativement, la trajectoire qu'il dessine (fig. 2c) est une sorte de rosace (en rouge). Comment l'a-t-il obtenue ? Newton évoque une méthode discrète et un calcul approché. En fait, comme l'a montré Michael Nauenberg [4], Newton a utilisé une méthode itérative basée sur le concept de courbure.

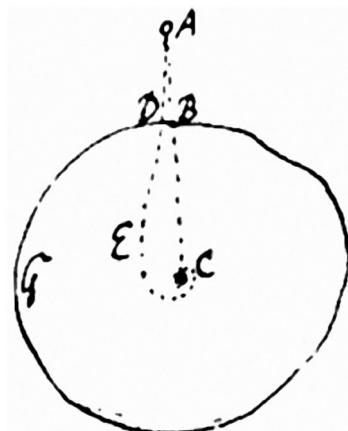
À la réception de cette lettre, Hooke est enthousiaste. À l'évidence, Newton sait construire les trajectoires. De plus dans le dessin qu'il reçoit, Hooke reconnaît la trajectoire, maintes fois observée, décrite par une bille roulant sur un cône inversé, c'est-à-dire soumise à une force centrale d'intensité constante, cas précisément traité par Newton. Certes le dessin de Newton ressemble bien peu aux trajectoires planétaires, mais cela n'inquiète pas Hooke : l'intensité de la force gravitationnelle n'est pas constante, mais varie comme $1/r^2$. Avec ce type de force, Newton devrait trouver une trajectoire fermée. C'est ce qu'il lui écrit le 6 janvier 1680.

Newton ne lui répond pas. Le 17 janvier 1680, nouvelle lettre de Hooke pour lui annoncer qu'il a réalisé l'expérience de chute d'un corps pesant, et bien mesuré une déviation sud-est. Il reste, insiste-t-il, à déterminer la trajectoire d'un corps soumis à une force centrale attractive en $1/r^2$, et il ajoute : « Je ne doute pas que grâce à votre excellente méthode vous y parviendrez facilement. » Peine perdue, Newton ne répondra plus à Hooke.

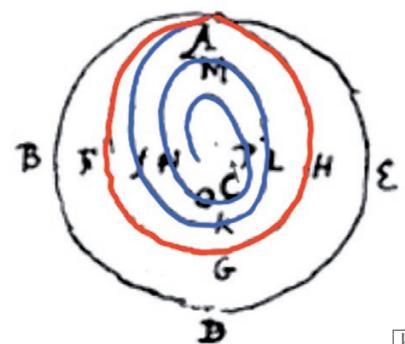
L'intérêt de cette correspondance

Elle nous révèle l'état des connaissances de Hooke et Newton en 1679.

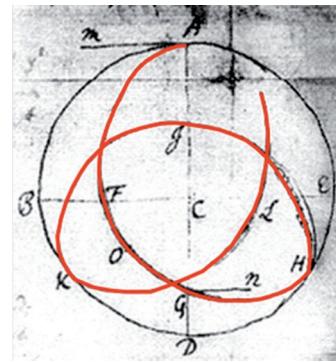
À l'évidence, Hooke ne sait pas construire la trajectoire d'un corps soumis à une force centrale, même s'il en possède une grande intuition physique forgée par ses observations d'expériences modèles. Il est vrai qu'il construira correctement la trajectoire elliptique d'un corps soumis à une force centrale, dont l'intensité est proportionnelle à la distance le séparant du centre attracteur. Mais ce sera seulement en septembre 1685, après avoir eu connaissance du *De Motu*.



a



b



c

2. Trajectoires dans le plan équatorial de la Terre, d'un corps soumis à une force centrale d'intensité constante.

- Trajectoire dessinée par Newton, en l'absence de frottement, dans sa lettre du 28 novembre 1679.
- Trajectoires dessinées par Hooke dans sa réponse du 9 décembre : en rouge en l'absence de frottement, en bleu en présence de frottement.
- Trajectoire dessinée par Newton dans sa lettre du 13 décembre.

Quant à Newton, en 1679 il raisonne toujours en termes de *vis centrifuga* et construit ses trajectoires par une méthode de courbure. Depuis 1664, il a en effet compris qu'une portion de courbe pouvait s'identifier à un arc de cercle (ce que Leibnitz appellera 30 ans plus tard le cercle osculateur), et il obtient sa trajectoire (fig. 2c) en reliant une succession d'arcs de cercle. Le point important est que cette méthode, pour des pas de temps finis, ne satisfait pas la loi des aires [5], dont Newton n'a pas encore compris la signification en 1679. Or cette loi des aires, qui permettra à Newton la géométrisation du temps, constituera la pierre angulaire du *De Motu* en 1684, puis des *Principia*. On peut, grâce à cette correspondance, mesurer l'évolution de la pensée de Newton entre 1679 et 1684. Dans le *De Motu*, plus de *vis centrifuga* mais une seule force attractive centrale. Plus d'arcs de cercle, mais une ligne brisée. Pour construire la trajectoire (voir encadré), Newton discrétise la force attractive (idée de Hooke en 1682) et applique la composition de la vitesse tangentielle avec la variation de vitesse radiale (Hooke, 1666). Point essentiel, cette construction vérifie strictement la loi des aires. On ne peut nier que les idées de Hooke ont influencé la pensée de Newton, ce qui par ailleurs n'enlève rien à son mérite d'avoir mathématisé et résolu le problème du mouvement sous l'action d'une force centrale. Pourtant, Newton ne voudra jamais reconnaître l'apport de Hooke.

Newton ne s'estime en rien redevable à Hooke

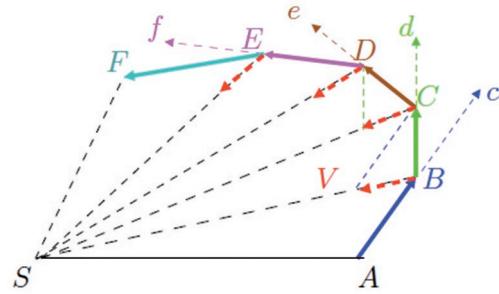
Le 22 mai 1686, Halley qui, rappelons-le, a pris en charge l'édition des *Principia*, écrit à Newton pour régler quelques détails techniques, puis ajoute incidemment que « Mr Hooke souhaiterait que vous mentionniez son nom dans votre préface ». Réaction très vive de Newton le 27 mai : « Je veux que les choses soient bien claires entre nous. Rien dans le manuscrit que vous avez en main ne justifie que son nom soit mentionné. » Dans ses lettres en date des 14 et 27 juillet 1686, Newton reconnaît à Hooke un seul mérite, celui d'avoir suscité son regain d'intérêt pour le mouvement des planètes, mais affirme que, pour ce qui est des idées, il ne lui est redevable en rien. Newton n'en restera pas là et ternira l'image de son rival. Il dressera de Hooke le portrait peu flatteur de quelqu'un qui

► La construction de Newton par discréttisation de la force

Dans le *De Motu* comme dans les *Principia*, Newton utilise une méthode de construction des trajectoires tout à fait différente de celle qu'il employait en 1679. Ses trajectoires ne sont plus constituées d'arcs de cercle, mais se présentent sous la forme d'une ligne polygonale. C'est que Newton suppose alors que l'attraction n'agit pas continûment, mais par une succession d'impulsions périodiques. La force centripète agit sur le mobile par « des coups uniques mais grands ». Il reprend l'idée de Hooke qui, par analogie avec sa description ondulatoire de la lumière et du son, émit en 1682 l'hypothèse selon laquelle les corps massifs émettraient des impulsions périodiques gravitationnelles.

La figure E1 reproduit le schéma dessiné par Newton dans le *De Motu* en 1684. Soit S le centre attracteur, et v_A le vecteur vitesse du mobile au point A. Le temps est divisé en parties égales (nous les noterons τ). Le mouvement entre A et B est rectiligne uniforme (puisque aucune force ne s'exerce). Il se poursuivrait jusqu'en C si la force ne se « réveillait » pas en B, communiquant instantanément au mobile une vitesse centripète qui l'oblige à se détourner de la droite Bc. En conséquence, le mouvement au-delà du point B est la composition du mouvement inertiel Bc et du mouvement centripète BV. Cette composition (fig. E1) amène le mobile au point C. En ce point la force se réveille à nouveau, et la composition du mouvement inertiel Cd et du mouvement centripète amène le mobile en D. Ainsi, Newton construit la trajectoire d'un mobile soumis à une force centrale d'intensité constante. Certes, il reste à passer de cette ligne polygonale à la trajectoire curviligne décrite sous l'action continue de la force. Mais, écrit Newton, « qu'on imagine maintenant que le nombre de triangles augmente à l'infini, il est clair que leur périmètre ultime ADF sera une ligne courbe ».

E1. Discréttisation de la force.
Construction de la trajectoire d'un corps soumis à une force centrale d'intensité constante (*De Motu*, 1684). En discréttisant la force et en composant les mouvements, Newton obtient une ligne polygonale.



Il est essentiel de souligner que cette construction conserve rigoureusement le moment angulaire, et par conséquent la trajectoire ainsi obtenue vérifie la loi des aires. En effet, $\mathbf{SB} = \mathbf{SA} + \mathbf{v}_A \tau$ et $\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \delta \mathbf{v}_B$, en notant $\delta \mathbf{v}_B$ le vecteur vitesse centripète résultant du réveil de la force en B. Comme les vecteurs $\delta \mathbf{v}_B$ et \mathbf{SB} sont colinéaires, il est facile de vérifier la conservation du moment angulaire $\mathbf{SA} \wedge \mathbf{v}_A = \mathbf{SB} \wedge \mathbf{v}_B$. En multipliant l'expression précédente par le pas de temps τ , on obtient $\mathbf{SA} \wedge \mathbf{AB} = \mathbf{SB} \wedge \mathbf{BC}$ c'est-à-dire l'égalité des aires des triangles SAB et SBC. « Dans les mouvements curvilignes des corps, les aires décrites autour d'un centre immobile sont dans un même plan et sont proportionnelles aux temps. » Cette proposition 1 du Livre I constitue la pierre angulaire du travail de Newton et lui permet de géométriser le temps.

n'a rien fait, mais a essayé de revendiquer et de s'approprier les travaux des autres. Après sa mort, Hooke va sombrer dans l'oubli. Des générations de physiciens ne l'ont connu qu'à travers la loi régissant l'allongement d'un ressort, résultat bien anecdotique comparé à l'ampleur de son œuvre scientifique, qui ne commencera à être reconnue que dans la seconde moitié du 20^e siècle [6].

À la fin de sa vie, Newton se plaisait à dire qu'il avait cultivé un magnifique jardin et que Hooke avait essayé de lui chapper quelques-uns de ses plus beaux fruits. Gageons que si Newton eût un magnifique jardin, c'est en partie grâce aux graines que Hooke y avait semées. ■

Références

- 1• *The correspondence of Isaac Newton*, vol. II, édité par H.W. Turnbull, Cambridge University Press (1960).
- 2• J. Pelseneer, « Une lettre inédite de Newton », *Isis*, 12, n°2 (1929) 237-254.
- 3• A. Koyré, “An unpublished letter of Robert Hooke to Isaac Newton”, *Isis*, 43, n°4 (1952) 312-337.
- 4• M. Nauenberg, “Newton's early computational method for dynamics”, *Archive for History of Exact Sciences*, 46, n°3 (1994) 221-252.
- 5• P. Coullet, M. Monticelli et J. Treiner, *BUP*, 861 (2004) 193.
- 6• R. Hooke, *Centennial studies*, édité par M. Cooper et M. Hunter, Ashgate (2006).